Domácí úlohy

Řešení následujících domácích úloh lze až do 6.1.2019 zasílat na `slomic@fit.cvut.cz`. Za každé správné řešení tím získáte 0.5b (maximálně však lze takto získat 5 bodů za aktivitu včetně těch získaných v semestru).

Úlohy řešte samostatně a řešení precizně popište. Pouze za naprosto správná řešení lze získat body.

Úkol 1 Navrhněte algoritmus, který pro zadaný neorientovaný graf $G = (V, E)$ spočte počet nejkratších cest mezi dvěma vrcholy (požaduji lineární časovou složitost).

Úkol 2 Ukažte, jak pro libovolné n sestrojit graf na nejvýše n vrcholech, v němž mezi nějakými dvěma vrcholy existuje $2^{\Omega(n)}$ nejkratších cest.

Úkol 3 Minimální vážené vrcholové pokrytí. Mějme strom $T = (V, E)$ a funkci $w : V \to \mathbb{R}$. Nalezněte množinu vrcholů S takovou, aby pro každou hranu $e \in E$ platilo $e \cap S \neq \emptyset$ (alespoň jeden její vrchol byl vybrán) a suma $\sum_{v \in S} w(v)$ je minimální.

Úkol 4 Proč nelze v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo K? Nalezněte protipříklad a popište, proč např. Dijkstra selže.

Úkol 5 Mějme mapu města, která má časem potřebným na průjezd ohodnocené nejen hrany (silnice), ale také vrcholy (křižovatky). Upravte Dijkstrův algoritmus, aby našel nejrychlejší cestu i v tomto případě.

Úkol 6 Ukažte příklad grafu s celočíselně ohodnocenými hranami, na kterém Dijkstrův algoritmus běží exponenciálně dlouho.

Úkol 7 Známe-li minimální kostru, jak najít druhou nejmenší?

Úkol 8 Navrhněte, jak v $O(n)$ čase setřídit n čísel, které leží v intervalu $0, 1, \ldots, n^3 - 1$.